

FUNZIONI DI VARIABILE COMPLESSA

Richiami sui numeri complessi. La sfera complessa. Limite e continuità per funzioni complesse. Teorema di Jordan (enunciato). Derivabilità e condizioni di monogeneità di Cauchy-Riemann. Integrazione lungo cammini regolari di C . Funzioni a variazione limitata; loro principali proprietà. Somme alla Riemann-Stieltjes. Integrale di Riemann-Stieltjes. Sua esistenza e principali proprietà. Teorema di Cauchy sulle funzioni olomorfe. Conseguenze ed estensioni. Formula integrale per le derivate successive. Teorema di Morera. Proprietà di massimo. Teorema della media. Sviluppo in serie di Taylor di funzioni analitiche. Serie di Laurent. Poli e singolarità essenziali. Teorema di Picard (s.d.). Principio d'identità delle funzioni olomorfe; prolungamento analitico. Funzioni intere. Teorema di Liouville. Residui. Calcolo dei residui; applicazioni al calcolo d'integrali. Integrali su intervalli infiniti. Lemma di Jordan. Valore principale dell'integrale secondo Cauchy. Principio dell'argomento. Teorema fondamentale dell'algebra. La funzione logaritmo nel piano complesso. Teorema dell'indicatore logaritmico e generalizzazioni. Cenni sulle funzioni poldrome e sulle superficie di Riemann. Rappresentazione conforme. Trasformazioni bilineari di Möbius. Cenno alla funzione gamma; formula di Stirling.

SERIE DI FOURIER

Serie di Fourier in generale. Determinazione dei coefficienti. Disuguaglianza di Bessel. Equazione di Parseval. Lemma di Riemann-Lebesgue (s.d.). Serie trigonometriche. Convergenza puntuale: criterio di Dini e criterio di Dini generalizzato. Convergenza uniforme. Cambiamento di scala. Esempi. Somme alla Cesàro. Teorema di Féjer (cenno). Esempio di Du Bois - Reymond. Teoremi di Kolmogoroff di Katznelson e Kahane (cenni).

INTEGRALE DI LEBESGUE (CENNO)

Integrale di Lebesgue in R^n : insiemi di misura nulla secondo Lebesgue, funzioni a scala. Funzioni misurabili. Teoremi fondamentali: di Lebesgue o della convergenza dominata; di Beppo Levi o della convergenza monotona; teorema di Fubini; teorema di Tonelli. Alcuni esempi. Gli spazi $L_p(A)$ con $p=1, 2, \infty$. Loro completezza.

ACCENNO ALLE DISTRIBUZIONI

Le distribuzioni. Spazio delle funzioni di prova. Funzioni localmente integrabili e funzionali lineari continui. Derivazione e convoluzione. Distribuzioni di Heaviside e di Dirac. Derivazione d'una convoluzione. Distribuzioni di più variabili.

TRASFORMATE DI LAPLACE

Trasformata di Laplace: ascissa di convergenza semplice e assoluta. Proprietà della trasformata: è olomorfa nel semipiano di convergenza. Calcolo delle derivate della trasformata. Esempi di

trasformate. Trasformata di t^a . Trasformata di f . Trasformata di una convoluzione. Regole per le trasformate di Laplace. Antitrasformata: cenno alla formula di Riemann-Fourier (Integrale di Bromwich - Mellin). Applicazione alle equazioni differenziali lineari a coefficienti costanti. Qualche applicazione alle equazioni a derivate parziali.

TRASFORMATE DI FOURIER

Trasformata di Fourier in \mathbb{R}^n : sue principali proprietà. La trasformata $f^\wedge(\xi)$ è continua, limitata, ha limite 0 per $|\xi| \rightarrow \infty$. Cioè: $^\wedge: L^1(\mathbb{R}^n) \rightarrow C(\mathbb{R}^n) \cap L^\infty(\mathbb{R}^n)$ è lineare e continua con la norma di L^∞ . Altre proprietà fondamentali: traslazione, similitudine, coniugazione, moltiplicazione per x_i . Convoluzione e approssimazione. Inversione. Un accenno allo spazio di Schwartz e alle trasformate in L^2 . Cenno alle trasformate di Fourier di distribuzioni temperate. Qualche applicazione alle equazioni a derivate parziali.

ESERCITAZIONI

Calcolo d'integrali con il metodo dei residui. Applicazione delle trasformate di Laplace alla risoluzione d'equazioni differenziali ordinarie e a derivate parziali. In particolare applicazione a semplici circuiti elettrici. Applicazione delle serie e delle trasformate di Fourier a problemi di equazioni a derivate parziali.

TESTI CONSIGLIATI

- Appunti del corso.
- **G.C. Barozzi**, "Matematica per l'ingegneria dell'informazione", Zanichelli (Bologna), 2001.
- **G. Gilardi**, "Analisi tre", McGraw-Hill (Milano)
- **M. Codegone**, "Metodi matematici per l'Ingegneria", Zanichelli (Bologna)